

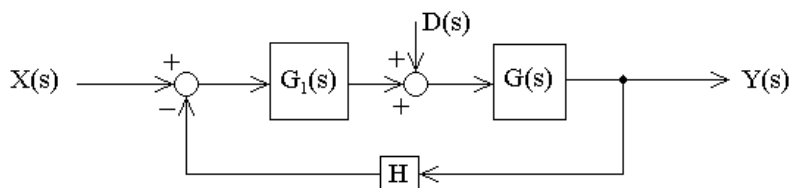
## Tema di Sistemi : maturità 2001 (traccia analogica)

Dalle misure eseguite con un segnale sinusoidale su di un impianto si è verificato che esso:

1. è soggetto in ingresso ad un disturbo additivo non controllabile;
2. presenta una piccola variazione dei parametri durante il funzionamento;
3. si comporta come un sistema lineare la cui funzione di trasferimento è

$$G(s) = \frac{200}{s(s+10)(s+20)}$$

per un corretto funzionamento del sistema si progetta un controllo a retroazione secondo lo schema di figura:



Per attenuare gli effetti sia del disturbo che delle variazioni dei parametri si impongono le seguenti specifiche valide nell'intervallo  $0 \leq \omega \leq 10$  rad/s:

1. il rapporto in decibel fra il segnale controllato e il disturbo deve essere  $\leq -20$ dB ( $[|Y(j\omega)|/|D(j\omega)|]_{dB} \leq -20$ dB);
2. la sensibilità parametrica rispetto alla funzione  $|G(j\omega)|$  deve essere  $\leq -10$ dB ( $[S_{G(j\omega)}]_{dB} \leq -10$ dB);

Il candidato, formulate le ipotesi aggiuntive che ritiene opportune:

- A. individui il tipo di sistema;
- B. individui, nel diagramma di Bode dell'ampiezza, la regione del piano in cui deve giacere la funzione di trasferimento d'anello aperto affinché siano soddisfatte le specifiche 1 e 2;
- C. determini la correzione da apportare affinché
  - la funzione di trasferimenti d'anello aperto soddisfi le specifiche 1 e 2;
  - il sistema controreazionato sia stabile;
- D. progetti una o più reti correttive da sostituire in cascata, al posto del blocco  $G_1(s)$ , e/o in reazione, al posto del blocco  $H(s)$ , al fine di stabilizzare il sistema.

### Sviluppo<sup>(\*)</sup>

La f.d.t. del sistema è

$$G(s) = \frac{200}{s(s+10)(s+20)} = \frac{1}{s \left(1 + \frac{s}{10}\right) \left(1 + \frac{s}{20}\right)}$$

che ha il diagramma di Bode di fig. 1:

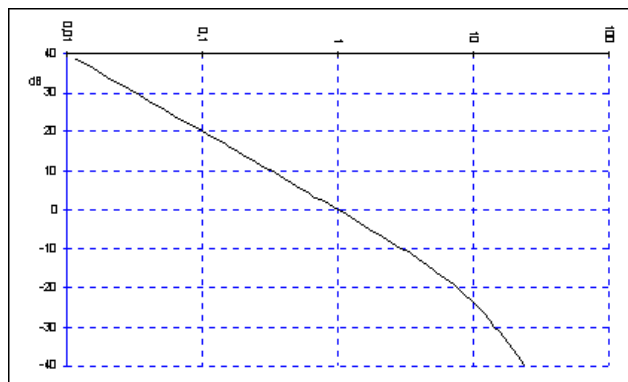


fig. 1

### Punto A:

Il sistema è di tipo UNO, ma potrebbe cambiare il tipo a causa di  $G_1(s)$ .

<sup>(\*)</sup> A cura del prof. Domenico Ciuro.

**Punto B:**

La condizione n. 1 prescrive che sia:

$$\frac{G}{1 + G_1 H G} \leq 0,1$$

ovvero che:

$$G_1 H G \geq \frac{2000 - 200s - 30s^2 - s^3}{200s + 30s^2 + s^3} \quad (F_1)$$

La condizione n. 2 prescrive che sia:

$$\frac{1}{1 + G_1 H G} \leq 3,16$$

ovvero che:

$$G_1 H G \geq 2,16 \quad (F_2)$$

e, dovendo essere verificate entrambe, la regione del diagramma di Bode nella quale deve giacere la f.d.t. d'anello aperto è quella indicata in fig. 2.

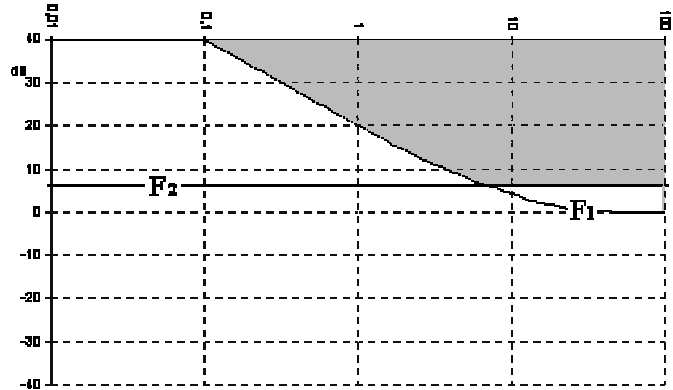


fig. 2

**Punto C:**

Dalle (F<sub>1</sub>) ed (F<sub>2</sub>) si ricavano, rispettivamente, le seguenti condizioni:

$$G_1 H \geq 10 - s - 0,15 s^2 - 0,005 s^3 = 10 \left( 1 - \frac{s}{5,21} \right) (1 + 0,092s + 0,0026 s^2) \quad (C_1)$$

$$G_1 H \geq 2,16 s \left( 1 - \frac{s}{10} \right) \left( 1 + \frac{s}{20} \right) \quad (C_2)$$

e si potrebbe scegliere un termine G<sub>1</sub> H costante e pari a 31 dB = 35,5 (rappresentato, nel diagramma di fig. 3, dalla retta orizzontale a 31 dB).

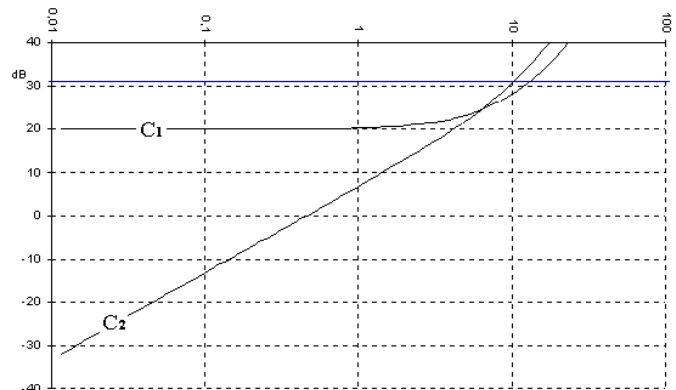


fig. 3

In questo caso si avrebbe una funzione d'anello:

$$G_1 H G = s \left( 1 + \frac{s}{10} \right) \left( 1 + \frac{s}{20} \right)$$

cui corrisponde il diagramma di Nyquist di fig. 4:

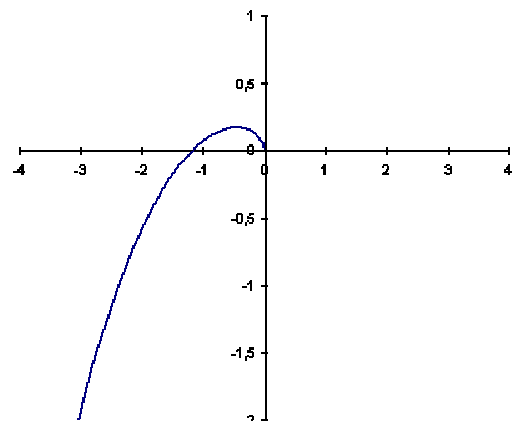


fig. 4

Applicando a questo diagramma il criterio di Nyquist ristretto ( o criterio di Bode), si evince che il sistema è instabile.

**Punto D:**

Il diagramma di Bode asintotico di questa funzione è rappresentato nella fig. 5:

e si potrebbe tentare di stabilizzare il sistema aumentando il valore del polo a 20 rad/sec, portandolo, ad esempio, a 50 rad/sec.

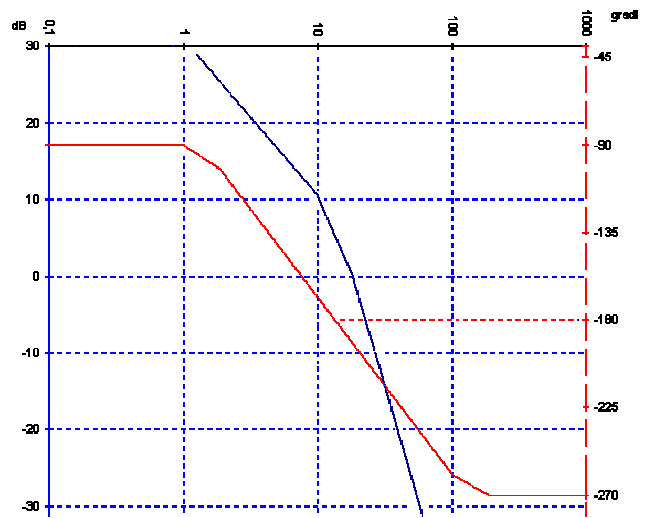


fig. 5

In questo caso la funzione di anello diventerebbe:

$$G_1HG = \frac{35,5}{\left(1 + \frac{s}{10}\right)\left(1 + \frac{s}{50}\right)}$$

Il diagramma di Nyquist di fig. 6 mostra che il sistema è divenuto stabile, con un margine di fase è di circa 33 gradi.

La rete correttiva deve avere f.d.t.:

$$G_1 = \frac{1 + \frac{s}{20}}{1 + \frac{s}{50}}$$

ed è realizzata dalla rete anticipatrice di fig. 7:

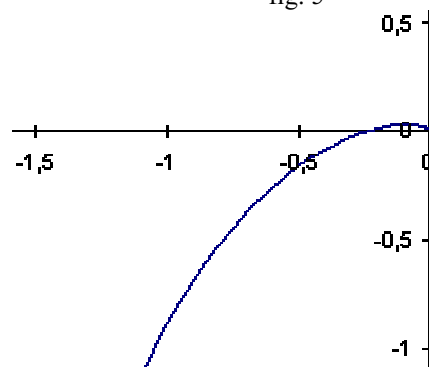


fig. 6

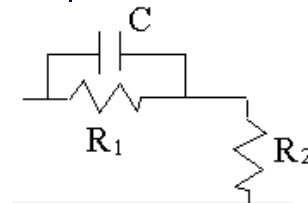


fig. 7

con  $R_1 = 220K\Omega$        $R_2 = 330K\Omega$        $C = 0,22\mu F$ .

Ad essa corrisponde una f.d.t.:

$$G_1(s) = 0,4 \frac{1 + \frac{s}{20}}{1 + \frac{s}{50}} = 0,16 \frac{s + 20}{s + 50}$$

Poiché la rete introduce un'attenuazione di 0,4, occorre aumentare la costante H (per compensare l'attenuazione) al valore:  $H = 35,5 / 0,4 = 88,75$

**conclusione**

Il sistema è descritto dallo schema a blocchi della fig. 8:

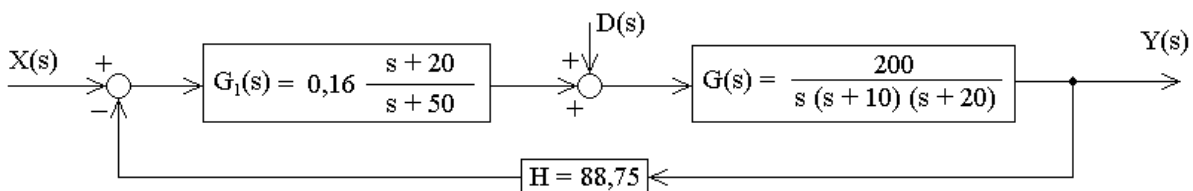


fig. 8